

Gestion scientifique des stocks

Boualem RABTA
Université de Béjaia (Algérie)

13/03/2007

Table des matières

1	Gestion des stocks	2
1.1	Définition	2
1.2	La fonction des stocks	2
1.3	Inconvénients des stocks	3
1.4	La gestion des stocks	3
1.5	Les éléments de la gestion des stocks	4
1.6	Evaluation de la politique de gestion	6
1.7	Objectif	7
2	Modèles déterministes	8
2.1	Modèle de la quantité économique de commande (EOQ)	8
2.2	Délai de commande	9
3	Modèles Stochastiques	11
3.1	Le problème du marchand de journaux (Newsboy)	11
3.2	Le problème à horizon infini	12
3.3	Modèle (R, s, S)	13
3.4	Historique	14

1 Gestion des stocks

1.1 Définition

Le stock peut être vu comme l'accumulation de produits qui peut être utilisée pour satisfaire une demande future.

- Matière première.
- Produits semi-finis.
- Produits finis pour la consommation ou la vente.
- Matériel et pièces de rechanges...

Avant de voir comment les stocks peuvent être gérés, il semble nécessaire de comprendre les raisons d'existence des stocks.

1.2 La fonction des stocks

- Economie d'échelle. Le premier motif est lié à l'idée d'économie d'échelle dès que le nombre de commande est réduit. En effet, on remarque l'existence d'un coût entraîné par le lancement d'une commande et qui ne dépend pas de la quantité commandée. Le fait de commander des quantités plus importantes (qui seront stockées) permet de réduire le nombre de commande et induit naturellement, la baisse des charges dues à la passation de commandes.

De plus, en achetant des quantités plus importantes, l'entreprise peut bénéficier d'escomptes sur quantité. Les remises peuvent être intéressantes et importantes par rapport au coût du stockage.

- Spéculation. Si l'on peut prévoir les hausses (ou les baisses) des prix, l'entreprise a tout intérêt à constituer des stocks. Ainsi, elle peut éviter d'acheter plus tard à un prix plus élevé. Les produits stockés peuvent aussi être vendus à des prix supérieurs. Dans certaines situations, les stocks peuvent être utilisés pour influencer les prix.
- Indépendance des activités. A l'intérieur de l'entreprise, une activité doit disposer des produits dont elle a besoin d'une manière instantanée. Par contre, l'entreprise acquiert ces

produits auprès de ses fournisseurs dans des délais qui peuvent être beaucoup plus longs. La constitution des stocks permet de garantir la continuité des activités et permet à l'entreprise de produire à un rythme stable.

La présence de stocks intermédiaires dans une chaîne de production réduit le risque d'arrêt de la production en cas de panne de l'une des machines.

De l'autre côté, un niveau faible des stocks augmente le risque de rupture et peut provoquer l'arrêt de production. La non satisfaction de la demande du client peut avoir des conséquences négatives (perte de la confiance du client) en plus du manque à gagner.

- Parer aux fluctuations de la demande et pallier aux longs délais de livraison. Les stocks peuvent servir aussi, pour parer aux fluctuations de la demande des clients (elle peut être plus importante que prévu) et pour pallier aux longs délais de livraison (des retards peuvent se produire). Le stock agit donc contre l'effet de l'incertitude.

1.3 Inconvénients des stocks

Quelques raisons pour réduire les stocks.

- Capital immobilisé. L'entreprise a besoin de ressources financières pour développer son activité. Les stocks peuvent représenter une grande part du capital de l'entreprise. Or, cette partie du capital est immobilisée ne générant aucun bénéfice.
- Potentiel de risque (Perte, détérioration, incendie, vol, obsolescence,...).
- Coûts de maintien. Les stocks sont encombrants. Ils nécessitent des espaces de stockage, du personnel pour la gestion, des frais de maintien (Assurances, location des espaces de stockage, personnel, électricité,...).

1.4 La gestion des stocks

Essentiellement, la gestion des stocks considère deux questions :

- comment peut-on maintenir le stock à un niveau suffisamment élevé ?
- que signifie exactement "suffisamment" ici ?

Le but de la gestion des stocks est justement de déterminer les moments et les quantités optimales de commande afin de satisfaire la demande des clients en minimisant les coûts. Le critère usuel d'optimisation est celui de l'espérance des coûts (par période, dans le long terme), éventuellement sous contrainte de niveau de service.

1.5 Les éléments de la gestion des stocks

Depuis le modèle de Harris, des milliers d'articles sont apparus dans le domaine des sciences de gestion et de la recherche opérationnelle. On peut se demander pourquoi une telle attention a été donnée aux modèles de gestion des stocks. L'explication est simplement qu'en pratique on rencontre plusieurs situations différentes et chacune nécessite une analyse sur mesure. Par exemple, les modèles peuvent différer par rapport aux aspects suivants : nombre de locations et échelons, nombre de produits, processus de la demande, structure des coûts, exigences et mesures de service, possibles moments de commande, traitement des ruptures, délai de livraison des commandes, ... Examinons les éléments constituant ces modèles :

- Structure de stockage (mono-echelon, multi-echelon). Une structure est à un seul niveau (ou échelon) si le même magasin reçoit le produit du fournisseur et le délivre aux utilisateurs. A l'opposé, dans une structure multi-niveaux (multi-échelons), un magasin, souvent appelé magasin central (ou encore dépôt), reçoit le produit du fournisseur et le transfère vers d'autres magasins, qui, eux-mêmes, peuvent servir d'autres magasins et ce, jusqu'aux magasins (appelés souvent détaillants) qui fournissent directement aux utilisateurs.
- Horizon de la planification (une période, plusieurs périodes, horizon infini). C'est la durée de temps sur laquelle le niveau des stocks est contrôlé. Cet horizon peut être fini ou infini, déterministe ou aléatoire.
- Article (mono-article, multi-article). La gestion des stocks peut concerner un ou plusieurs produits différents et il peut y avoir des interactions entre eux. Certains produits doivent être stockés sous des conditions contrôlées (humidité, température, ...), d'autres sont périssables ou sujets à l'obsolescence et il est naturel qu'ils doivent être gérés d'une manière différente.

Les modèles de gestion des stocks mono-article considèrent un seul article géré indépendamment.

Il existe, également, des situations où plusieurs produits doivent être gérés simultanément.

En général, cette gestion simultanée est nécessaire car les divers produits doivent partager les ressources disponibles (espace de stockage, budget,...).

– Politique de contrôle (Périodique, continue). On distingue entre deux types de revue :

- Les systèmes à revue continue : Ce sont des systèmes où toutes les transactions pertinentes (demandes, commandes, réceptions des commandes,...) sont enregistrées aussitôt qu'elles prennent place, de sorte que le gestionnaire connaît l'état du système à tout moment dans le temps.

Il va de soit que l'implantation d'un système de ce genre est très coûteuse. Toutefois, une fois installés, ces systèmes sont généralement les plus avantageux.

- Les systèmes à revue périodique : Dans ce type de systèmes, l'état du système est examiné seulement à certains points discrets dans le temps. Le gestionnaire peut donc contrôler ces systèmes aux points de revue seulement. Ces systèmes ont l'avantage de pouvoir rassembler les commandes de plusieurs produits en une seule commande, en choisissant la même période pour tous les produits. Mais, il a l'inconvénient de nécessiter un niveau de sécurité plus élevé.

– La demande (déterministe, aléatoire/Stationnaire, dynamique). Diverses hypothèses peuvent également être posées concernant les caractéristiques de la demande. La plus simple, est de considérer la demande connue (déterministe) et constante dans le temps. C'est l'hypothèse du modèle classique de la quantité économique de commande (EOQ). Cependant, cette hypothèse est en général peu réaliste. Il convient donc de considérer des demandes déterministes variables, des demandes aléatoires connues en probabilité et des demandes inconnues. La demande peut être également stationnaire ou dynamique, discrète ou continue.

Dans une période de temps donnée, le processus de la demande est composé de deux éléments distincts :

- Le nombre de clients qui arrivent dans la période.
- Le nombre d'articles demandés par chaque client.

Chacun de ces deux éléments peut être aléatoire.

Lorsque les clients arrivent suivant une loi de Poisson, la distribution obtenue pour le nombre total d'articles demandés est appelée *Poisson composée*.

- Délai de livraison (nul, fixe, aléatoire). C'est le temps entre le moment du lancement d'une commande et le moment de sa réception. La manière de prendre en compte ce délai de livraison a une grande influence sur la complexité du modèle.
- Réaction aux ruptures (Perte, report). Lorsque le niveau du stock n'est pas suffisant pour satisfaire une demande qui arrive, le client a peut choisir entre :
 - Attendre le prochain réapprovisionnement.
 - Annuler sa demande.

Il existe également des modèles avec une mixtures de ces deux hypothèses.

- Capacité de stockage (finie, infinie, aléatoire). Dans certaines situations pratiques, la quantité que peut acquérir le gestionnaire suite à une commande est limitée ou même aléatoire. Cette limitation peut être liée à la capacité de stockage ou de la chaîne de production, mais aussi à d'autres considérations (capacité du fournisseur, par exemple).

Autres situations : le prix comme variable de décision, escomptes sur quantité, concurrence entre entreprises, incertitude sur la réception des commandes, plusieurs fournisseurs, fluctuations aléatoires de l'environnement, fournisseurs non fiables, ...

1.6 Evaluation de la politique de gestion

Pour évaluer la qualité d'une politique de gestion, nous considérons les critères suivants :

1. Coûts : Trois types de coûts sont généralement pris (plus ou moins) explicitement en compte. Dans la plupart des modèles classiques, ces coûts sont considérés comme des paramètres fixes.

- Coûts de commande (fixe+variable). Ce sont des coûts encourus à chaque lancement de commande et qui incluent les coûts administratifs, coûts d'inspection du stock, tests, trans-

port... Ces coûts peuvent être divisés en deux parties : ceux qui ne dépendent pas de la quantité commandée et ceux qui en dépendent. Les premiers sont regroupés en un coût fixe appelé *coût de lancement* (ou coût fixe de commande). Les autres sont fonction de la quantité commandée.

- Coûts de maintien. Ce sont le résultat direct du maintien d'une quantité donnée d'articles en stock et incluent : taxes, assurance, coûts d'immobilisation du capital, coûts d'obsolescence, coûts de fonctionnement (éclairage, chauffage, ...),...
- Coûts de rupture (pénuries). Ce sont des coûts liés à l'absence de produits en cas de demande. Ils sont généralement très difficiles à estimer. En cas de ventes perdues, le coût de pénurie peut être assimilé au manque à gagner correspondant à une commande. Il correspond souvent à une dépense supplémentaire pour approvisionner exceptionnellement l'article manquant. Parfois, le coût de pénurie est parfaitement connu ; il figure dans certains contrats sous forme d'astreintes.

2. Mesures de service : Les coûts énumérés sont très difficile à estimer (en particulier, pour les coûts de pénuries). Pour cette raison, le risque de rupture est fréquemment modélisé à travers une contrainte de maintien d'un niveau de service prédéterminé. Les trois mesures de service suivantes sont les plus utilisées :

- P_1 – mesure ou mesure de non-rupture = $\frac{\text{Nbre cycles sans rupture}}{\text{Nbre total cycles}}$. la proportion de cycles dans lesquels aucune rupture n'est enregistrée. Un cycle est l'intervalle de temps entre la réception de deux commandes consécutives.
- P_2 – mesure ou mesure de taux de remplissage = $\frac{\text{Nbre articles servis du stock}}{\text{Nbre articles demandés}}$. la proportion de demandes satisfaites directement du stock en main.
- P_3 – mesure ou mesure de taux de disponibilité = $\frac{\text{Temps/ stock} > 0}{\text{Temps}}$. : la proportion de temps où le niveau du stock est positif.

1.7 Objectif

Déterminer :

- Les moments de commande.
- La quantité de commande.

De sorte à :

Minimiser (Coût de commande + coût de maintien + coût de pénurie).

Ou

Minimiser (Coût de commande + coût de maintien).

Sous contrainte : Niveau de service.

Dans le cas où les coûts de pénuries peuvent être déterminés, on peut utiliser l'approche coût. Dans cette approche, on essaye de trouver la règle de contrôle optimale par minimisation de la moyenne du coût total (somme des coûts). Si par contre, les coûts de pénuries ne peuvent pas être déterminés, ce qui est souvent le cas, on essaye de trouver la règle de contrôle optimale en minimisant les coûts de commande et de possession sous contrainte de niveau de service. C'est ce qu'on appelle l'approche niveau de service.

2 Modèles déterministes

2.1 Modèle de la quantité économique de commande (EOQ)

Le modèle de la quantité économique de commande (EOQ) est le premier modèle de gestion des stocks. Il a été introduit par F.W. Harris en 1913.

Hypothèses :

- La demande est connue et est constante à un taux de λ éléments par unité de temps.
- Les ruptures de stock ne sont pas permises.
- Les éléments sont livrés instantanément après leur commande.

L'objectif est de déterminer les moments de commande (donc la longueur des périodes) et les quantités à commander de manière à minimiser le coût total qui est la somme des coûts suivants :

Coûts :

- Un coût fixe de commande (ou de mise en place) K (pour chaque commande lancée).
- Un coût de commande proportionnel de c par élément commandé.

- Un coût de maintien en stock de h par élément maintenu en stock par unité de temps.

Supposons que la quantité à commander est définie par Q .

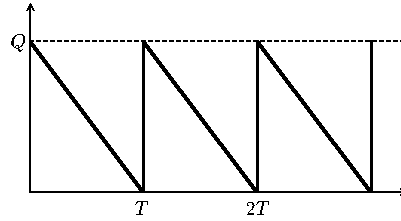


FIGURE 1 – Variations du stock dans le modèle EOQ.

Pour un cycle de durée T , le coût moyen de commande sera :

$$C_c = \frac{K + cQ}{T}.$$

Le coût moyen de maintien en stock :

$$C_h = \frac{hQ}{2},$$

Egalement :

$$\lambda = \frac{Q}{T}.$$

Le coût total moyen est alors :

$$G(Q) = \frac{K\lambda}{Q} + \lambda c + \frac{hQ}{2}.$$

La quantité optimale Q^* est celle qui minimise le coût moyen. On aura l'optimum lorsque $G'(Q) = 0$ et $G''(Q) > 0$, alors :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}$$

qui est l'équation classique de la quantité économique de commande.

2.2 Délai de commande

Dans le modèle de la quantité économique de commande, il est sous-entendu que le délai de livraison est nul. Pour tenir compte de ce délai, il est nécessaire de placer la nouvelle commande un certain temps en avance.

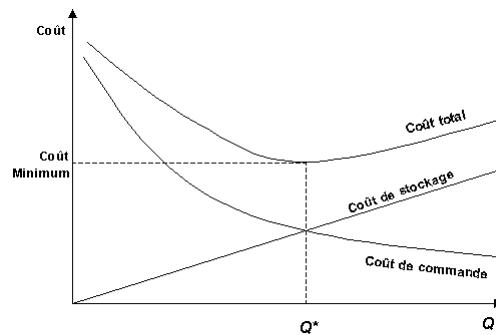


FIGURE 2 – Fonctions des coûts.

Soit R le point de commande, c'est à dire, le niveau de stock où il est nécessaire de commander, tenant compte des délais pour ne pas tomber en rupture de stock. Soit τ le délai de livraison, alors : $R = \lambda\tau$ si $\tau > T$ alors il est nécessaire de tenir en compte le nombre de périodes complètes qui peuvent s'écouler entre les deux cycles. Par le ratio $\frac{\tau}{T}$, on détermine le nombre de cycles en avance où il faut commander. En multipliant la partie fractionnaire du quotient par le taux d'utilisation λ , le point de commande peut être déterminé.

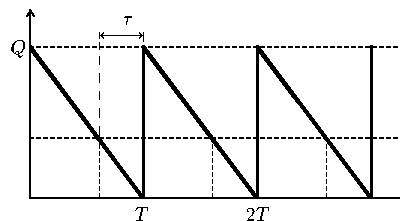


FIGURE 3 – Calcul du point de commande dans le modèle EOQ avec délai.

Plusieurs extensions de ce modèle ont été proposées et il demeure très utilisé en pratique (malgré ses hypothèses simples et peu réalistes).

Le modèle EOQ est le premier modèle de gestion des stocks. Il a été proposé par F.W. Harris en 1913 et popularisé par Wilson dans les années 30.

3 Modèles Stochastiques

3.1 Le problème du marchand de journaux (Newsboy)

Le problème du marchand de journaux est un problème de gestion de stocks où la demande est aléatoire et l'on étudie le système sur une seule période. Il correspond essentiellement au cas des produits occasionnels (journaux, magazines, cadeaux de fin d'année,...) mais il peut être utilisé dans d'autres situations. Hypothèses :

- La demande X est aléatoire de densité $f(x)$ est de fonction de répartition $F(x)$.
- Une seule période est considérée.
- A la fin de la période, tout article non vendu est perdu ou soldé.

Dans ce modèle, on s'intéresse à la détermination de la quantité de commande optimale pour faire face à une demande aléatoire sur une seule période. Si la quantité de commande est inférieure à la demande, la différence (en valeur) est considérée comme un manque à gagner. Dans le cas contraire, à la fin de la période tout article non vendu est perdu ou soldé. Pour la résolution de ce problème, deux approches ont été considérées. Dans la première, on minimise le coût moyen. Dans la deuxième, le profit total est maximisé. Les deux approches aboutissent aux mêmes résultats.

Objectif : Déterminer la quantité de commande Q qui :

(Minimise le coût total) ou (Maximize le profit). [Même résultat]

Définissons les quantités suivantes :

- p : prix unitaire de vente.
- c : coût (d'achat ou de production) unitaire.
- v : coût de liquidation (solde) par article.
- s : coût de pénurie par article.

Le profit de la période sera :

$$\pi(Q) = \begin{cases} (p - c)Q - s(x - Q), & \text{si } x \geq Q, \\ px + v(Q - x) - cQ, & \text{si } x < Q. \end{cases}$$

En simplifiant et en prenant la moyenne, on aura :

$$E(\pi)(Q) = (p + s - c) \int_Q^\infty Qf(x)dx - s \int_Q^\infty xf(x)dx \\ + (p - v) \int_0^Q xf(x)dx - (c - v) \int_0^Q Qf(x)dx.$$

$E(\pi)(Q)$ est concave. La condition suffisante d'optimalité est donnée par :

$$F(Q^*) = \frac{p + s - c}{p + s - v}.$$

3.2 Le problème à horizon infini

Hypothèses :

- La demande X est aléatoire.
- L'horizon est infini.
- Autres hypothèses...

Politiques de gestion :

1. Revue continue :

- Politique (s, S) . Quand le niveau du stock est inférieur ou égal à s , une commande est immédiatement placée. La quantité commandée est telle que le niveau du stock devient S .
- Politique (S, S) . C'est un cas particulier de la politique (s, S) ($s = S$). Suivant cette politique, chaque demande d'articles par les clients entraîne le lancement d'une commande. Elle est utilisée essentiellement dans les systèmes de gestion des stocks d'éléments réparables (éléments chers à faible demande).
- Politique (s, nQ) . Lorsque le niveau des stocks x chute au dessous du niveau s (point de commande), une commande de nQ articles est lancée où, Q est la quantité de commande de base et n est le plus petit entier vérifiant $x + nQ > s$.

2. Revue périodique :

- Politique (R, s, S) . Cette politique est équivalente à la politique (s, S) pour les systèmes à revue continue. Le système est examiné chaque R unités de temps, et si la quantité en stock est inférieure ou égale à s , on commande suffisamment d'articles pour atteindre le niveau S .
- Politique (R, S) . Suivant cette politique, le système est examiné chaque R unités de temps et une commande est lancée pour atteindre le niveau S . Notons qu'il s'agit d'un cas particulier de la politique (R, s, S) , avec $s = S$.
- Politique (R, s, nQ) . C'est l'équivalent de la politique (s, nQ) pour les systèmes à revue continue. Le système est examiné chaque R unités de temps et les commandes sont lancées aux moments de la revue si la quantité en stock est inférieure ou égale à s .

Il existe plusieurs variantes de ces politiques de commande. Toutefois, elles sont rarement utilisées en pratique.

3.3 Modèle (R, s, S)

- L'état du stock X_n est inspecté aux dates $t_n = nR$ ($n \geq 1$). Si le niveau du stock X_n est inférieur ou égal à s , le gestionnaire passe une commande de manière à ramener le stock au niveau S .
- La demande totale ξ_n durant la période est Poisson composée.

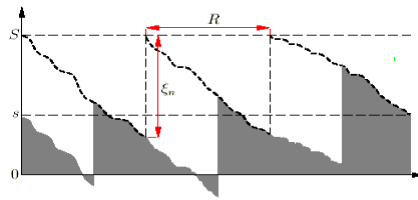


FIGURE 4 – Le modèle (R, s, S) avec délai de livraison nul.

L'état du stock X_{n+1} à la fin de la période $n + 1$ est alors donné par :

$$X_{n+1} = \begin{cases} (X_n - \xi_{n+1})^+ & \text{Si } X_n > s, \\ (S - \xi_{n+1})^+ & \text{Si } X_n \leq s. \end{cases}$$

où $(A)^+ = \max(A, 0)$.

La variable aléatoire X_{n+1} ne dépend que de X_n et ξ_{n+1} , où ξ_{n+1} est indépendante de n et de l'état du système avant t_n . X est donc une chaîne de Markov homogène, à espace d'états $E = \{0, 1, \dots, S\}$. Les outils de la théorie des chaînes de Markov nous permettent d'obtenir les expressions des coûts stationnaires.

On essayera ensuite de trouver les valeurs R^* , s^* et S^* optimales.

Cependant, les calculs sont très compliqués.

Des algorithmes ont été développés pour résoudre le problème.

3.4 Historique

1951 : Premier modèle stochastique de gestion des stocks (Arrow, Harris et Marcshak).

1958 : Preuve d'optimalité de la politique (s, S) pour le problème à horizon fini (Scarf).

1963 : Preuve d'optimalité de la politique (s, S) pour le problème à horizon infini-cas continu (Iglehart).

1965 : Preuve d'optimalité de la politique (s, S) pour le problème à horizon infini-cas discret (Veinott et Wagner).

1991 : Une preuve simple d'optimalité de la politique (s, S) (Zheng).